DOI:10.15929/j.cnki.1004-2172.1993.02.001

律 數 之 秘

黄翔鹏講

编者按:《乐问——中国传统音乐百题》是中国音乐研究所研究员黄翔鹏先生正在研究著述的《中国乐律学史》系列课题之一。"乐问"二字,脱胎于屈原《天问》;用作一百个问题的小标题也都来自仿《天问》体的写法。本篇是其中的第二十二问,是黄先生给中国艺术研究院研究生部讲课的记录稿(已经先生审阅)。

第二十二问:史记、淮南,律数何秘?

《史记·律书》:律数:九九八十一以为宫;三分去一,五十四以为徵;三分益一,七十二以为商;三分去一,四十八以为羽;三分益一,六十四以为角。黄钟长八寸(七)[十]分一,宫;大吕长七寸五分(三)[二十七]分(一)[二十三];太簇长七寸(七)[十]分二,角;夹钟长六寸(一)[七]分(三)[二百四十三]分(一)[一百三];姑洗长六寸(七)[十]分四,羽;仲吕长五寸九分(三)[二千一百八十七]分(一)[二千三十九],徵;蕤宾长五寸六分(三)[九]分(一)[八];林钟长五寸(七)[十]分四,角;夷则长五寸(四分)(三)[八十一]分(二)[四十六],商;南吕长四寸(七)[十]分八,徵;无射长四寸四分(三)[七百二十九]分(二)[六百九十二];应钟长四寸二分三分二,羽①。

传统的文献校勘方法有一个规矩,这个规矩大家应该知道。应该改的用圆括号括上(),改成什么字应该用方括号括上[]。而圆括号中的字都应该保留。为什么有这么一条规矩?这是很科学的方法。本来是"八寸七分一",校改者认为应该是"八寸十分一",但保留住原来的样子,是我,校勘者把此处改了,并不把原来的删掉,换上新的。万一我的理解错了,后人可就不知道本来面目了。避免我常说的宋人蔡元定的错误,他认为民间的音乐理论是错的,就把民间的理论全抹掉了,只说他自己的看法。后人可就苦了,无从判断了。是他的主观主义把民间最宝的理论抹了,我们看不到了,而这样的校勘法允许后人重新研究。

现在我们用小数点表示余数,古人用分数式来表示。这条文献就是将十二律,用三分损益法一一算下来。过去许多人一看不懂它就认为是文献印错了,我认为,不一

定是文献有错，是我们还不能完全理解。

我们看，黄钟律后面有一个“宫”字，太簇律后又有一个“角”字。不难发现，不是每律后面都有个阶名的。姑洗律后有个“羽”字，仲吕律后有个“徵”，应钟后有个“羽”。

它们是什么意思？逻辑上看不出是什么标准。如果说黄钟是宫，太簇怎么是角了呢？只有无射作宫时，太簇才是角。这些阶名的用法标准不统一，历来就有断言，说是错了。吉联杭《秦汉音乐史料》中，把清代张文虎怎么改的提出来。张文虎与其他注家不一样，他算比较懂点音乐的，正因为他懂点，所以有胆量去改，认为自己的判断是对的[2]。

但我认为他的改法也不可信。究竟应当怎样解释“宫商角徵羽”这些阶名？现在还得不出结论。乐律学史有许多不解之谜，这就是其中之一，现把它作一个例子举出来。一般的谜又解又不解，但我认为这段文献相当重要。我现在把一个初步的推断告诉大家。

这段话实际是讲了月令旋宫。《礼记·月令》中讲到，以十二律配十二月周转旋宫，那一月份该用那一律，这叫“月令”。每年从冬至开始，农历十一月是岁首。先秦时的岁首不是正月初一，是冬至。所以南方有些地区，直到现在还把“冬节”作为很重要的节日，过冬节比春节还庄重，这是古传风俗。

岁首在十一月配黄钟，十二月配大吕，正月配太簇，以此类推，循环往复。秦汉时还讲究随月用律的“月令”。宋代人还企图恢复这种制度，有人说，宋词是依月用律，那个月唱宋词就用那一律。这个问题，夏承焘先生已有结论，宋人没有这种制度。但秦汉时是如此，这些阶名与《礼记·月令》的旋宫制度有关系。由于我们对古代的旋宫制度不清楚，所以感到迷惑不解。不是文献错了，是我们还没有把它的规律找出来，至于它是什么规律，这就是难题，需要大家去研究的。

生黄钟[术]

(术)曰：以下生者，倍其实，三其法。以上生者，四其实，三其法。上九，商八，羽七，角六，宫五，徵九。置一而九三之以为法，[十一三之以为实；]实如法，得长一寸；凡得九寸，命曰：黄钟之宫[3]。

“实”是分子，“法”是分母。“倍其实”，分子是二，“三其法”，分母是三。就是三分之二，三分损一。“四其实”，分子是四，“三其法”，分母是三。就是三分之四，三分益一。讲的是三分损益法，很清楚。问题也在阶名上：“上九，商八，羽七，角六，宫五，徵九。”这些阶名应与前面那段文献并列考察，规律在哪里？必须将秦汉间的旋宫理论弄清楚才能解通。

《淮南子·天文训》：一生二，二生三，三生万物，……三三如九，故黄钟之律九寸而宫音调。因而九之，九九八十一，故黄钟之数立焉。黄者土德之色，钟者气之所种也。曰冬至，德气为土，土色黄，故曰黄钟。律之数六，分为雌雄，故曰十二钟，以副十二月。十二各以三成，故置一而十一。三之为积，分十七万七千一百四十七，黄钟大数立焉。……黄钟为宫，宫者音之君也，故黄钟位子，其数八十一，主十一月，下生林钟，林钟之数五十四，主六月，上生太簇，太簇之数七十二，主正月，下生南吕，南吕之数

四十八，主八月，上生姑洗，姑洗之数六十四，主三月，下生应钟，应钟之数四十二，主十月，上生蕤宾，蕤宾之数五十七，主五月，上生大吕，大吕之数七十六，主十二月，下生夷则，夷则之数五十一，主七月，上生夹钟，夹钟之数六十八，主二月，下生无射，无射之数四十五，主九月，上生仲吕，仲吕之数六十，主四月，极不生。徵生宫，宫生商，商生羽，羽生角，角生姑洗，姑洗生应钟，比于正音故为和，应钟生蕤宾，不比正音故为缪。曰冬至，音比林钟，浸以浊；曰夏至，音比黄钟，浸以清。以十二律应二十四时之变[4]。

将首句："三三如九，故黄钟之律九寸而宫音调。因而九之，九九八十一，故黄钟之数立焉。"与《管子·地员篇》："先主一而三之，四开以合九九"两相对应，就很明白了。都是讲生律法。应记住它的规律性，如果要计算到五音，就要"四开"，就是三乘四次方。三三得九，三三得九，再把两个九相乘，九九八十一。有了八十一这个数，就能算出宫商角微羽五个音来。如果算六个音，那就要"五开"，如果算七个音，那就要"六开"。要不然，你就得不出正整数，就要化小数了。这是数学规律。

"律之数六，分为雌雄，故曰十二钟，以副十二月。十二各以三成，……"注意两个"十二"，为什么要"各"？就因为不止一个"十二"，有了十二月，又有十二律，都是用"三成"的。十二月分成春夏秋冬四季，三个月一组，跟着十二律也这样分。

"故置一而十一。三之为积，……"这里的标点，我有点意见。我认为"十一"与"三"之间的句号应去掉，"故置一，而十一三之为积。"怎样解释呢？十二数之中，置其一，"故置一"，"十一"次"三之为积"。换句话说，三的十一次方。三的十一次方是多少？177147。京房六十律，最大的数是这个数。钱乐之三百六十律最大的数，还是这个数。这个数很有意思。十一个三次方是什么意思？就是算到十二律了！这个数还有一层意思，就是算到十二律之后，永远用这个数就可以了，六十律是它，三百六十律还是它。律数算到十二，是有其自然的道理的。下句话接着："分十七万七千一百四十七，黄钟大数立焉。"这个数摆在这儿呢！黄钟是最低音，数字最大，这一律数是177147。从这一律上可以生出六十律，三百六十律，都来自它。

"黄钟为宫，宫者音之君也，故黄钟位子，其数八十一，主十一月，"黄钟从十一月开始，这是《礼记·月令》的规矩。接下去列举了十二律的数字，这些数字与三分损益法有点不同。后代就怀疑了，它是不是三分损益法？明代朱载堉在计算平均律时，讲到他蹬平均律思想的来源，讲中国律学史的发展过程，谈到了"古之四种律"。这四种律之一，就是指《淮南子》这段数字[5]。

郭树群同志很巧地解开了这串本来也是个谜的数字[6]。不懂时觉得难，其实很简单，一通就百通了。它还是按三分损益的算法，不过是把后面的小数略省了，四舍五入一进位，就成这样的数了。看起来神秘，说穿了就简单了，大家都服气，承认郭树群同志讲得对。

朱载堉之所以说它是四种古之律制之一，意思在于，三分损益法不是动不得的东西，你看，《淮南子》就用了它的略数，不一

定精确,也可成为计算律的方法。朱载堉用这种思想方法来为他创造十二平均律打通道路,古代的实践中,就能把死法变成活法嘛。

“上生仲吕,仲吕之数六十,主四月,极不生。”为什么“极不生”? 因为按三分损益法,仲吕再往上生,就还不回黄钟,比黄钟要高 24 个音分 。从仲吕回不去,所以说“极不生。”我们先跳到最后一句话上:“以十二律应二十四时之变。”二十四是节气,“时令”之“时”。以十二律应一年,周而复始。仲吕本来是转不回去,回不到黄钟,“极不生”啊。可这句讲得是转回去了!这该怎么解释?

“微生宫,宫生商,商生羽,羽生角,角生姑系,姑洗生应钟……”第一,这里不是五度相生的顺序,“微生宫”是四度相生,“宫生商”还是二度相生。第二,前面讲阶名,忽然来了“角生姑洗”,阶名生律名,这几句话争议最大。

我作过一种解释,只是作为猜测,不能证实,曾侯钟铭的宫字与 字, (中层三组一号钟的“微”字)形象很近似,形近而讹,可能是把宫错为 。这样一纠正,就成“宫生 , 生商”次序就顺了,但敢不敢确认它,说老实话,我不敢。只能作为问题摆出来。这还需要旁证,有了旁证才能确认。因为这段话如果再往下追究,有可能从两种不同的角度解释。如果从音阶的角度看,这种校改是有道理的。我们就先从音阶角度看。前面讲五正声,再讲七声音阶中的另两个音,为区别一下,不用阶名而用律名。两种表达方法,用阶名表达五正声,用律名表达二变。姑洗等于变宫,应钟等于变微。

“比于正音故为和”。汉代注释家高诱说:“应钟十月也,与正声比故为和,和从声也,一曰和也。”因为“比于正音故为和”一句是接在“姑洗生应钟”之后,所以高诱认为应钟就是“和”。

这不对!“和”以前是很难解释的,曾侯钟出土后就很清楚了。“和”是音阶的第四级阶名,固定音高 F。高诱心里的是黄钟宫,应钟是变宫,叫做“和”。可《淮南子》这里是接着“仲吕”之后,“极不生”讲的,明明讲的是仲吕宫。仲吕均:

仲吕	黄钟	林钟	太簇	南吕	姑洗	应钟
宫	微	商	羽	角	变宫	变微

仲吕就是 F,仲吕为“和”才能与曾侯钟铭对得上号。

再从另一角度看。“微生宫,宫生商”,不改。为什么这几字用阶名?应理解,汉时用三分损益已无法旋宫,唯一能旋宫的是古琴。这里的宫商角微羽可能是琴五调,从琴调角度理解它。所以对这段话应作两种估计。第一种虽然很顺,但也许不一定对,究竟怎样,还需继续研究,所以作为疑问提出。

“应钟生蕤宾,不比正音故为缪。”曾侯编钟里有“穆钟”,音高♭B,这句从琴调角度解释讲得通。琴调中有一个“蕤宾调”,调弦是紧五弦。正调调弦法是:

do	re	fa	sol	la	do	re
C	D	F	G	A	C	D

蕤宾调紧五成为:

do	re	fa	sol	♭si	do	re
C	D	F	G	♭B	C	D

这个紧五 B,在曾侯编钟中正好是“穆钟”,音高又对得上号。

仲吕均的核心五音是:FCGDA,律名

是仲吕、黄钟、林钟、太簇、南吕。都是正律，所以叫“比于正音。”

蕤宾均的核心五音是：#F #C #G #D #A，律名是：蕤宾、大吕、夷则、夹钟、无射。都是阴吕，所以叫“不比正音”。

高诱前面注“比于正音”，后面“不比正音”时，他躲开了，注不下去了。另一处，他说“缪”是“缪误”的“缪”。这就牵强附会了。

许多人相信高诱，因为他是汉代人，早得很。但他是打着汉朝之名的三国时期的人，他是郑康成的学生。他对秦汉的事物已经许多都搞不懂了。距离《淮南子》的时代已有数个世纪了。

“曰冬至，音比林钟，浸以浊”。汉代是用清商音阶的，李延年用的是清商乐。清商音阶的宫音在F均中的哪一音上？

F均：	F	G	A	B	C	D	E	F
清商音阶：		宫	商	角	和	徵	羽	闰

F均清商音阶的宫音在G，古琴正调的第四弦。冬至时用古琴的正调，宫音在林钟律上，“音比林钟”。

“曰夏至，音比黄钟”，古琴的蕤宾调音列前面已列出，C、D、F、G、♭B，宫音就在第一弦上，“音比黄钟”。

什么是“浸以浊”“浸以清”？汉代的哪一均最高，哪一均最低？这要用实践检查。王子初同志研究荀勖笛律，按荀勖的理论做了十二支笛，如果你一看，就清楚了⑦。音最高的、也是最短的一支，是仲吕笛。音最低的、也是最长的一支，是蕤宾笛。“浸”——渐渐地；“浊”——低音；“清”——高音。从冬至调最高的仲吕笛开始，顺月下行，音越来越低，“浸以浊”。夏至时，用的是最低调门的蕤宾笛，再按月移宫，就越来越高，“浸以清”。（张振涛整理）

作者单位：北京中国艺术研究院音乐研究所
责任编辑：谭明才

注释：

①③ 丘琼荪《历代乐志律志校释》第一分册，第117页，127页。

② 吉联抗《秦汉音乐史料》，第13页。

④ 《诸子集成》七，第46页。

⑤ 朱载堉《律吕精义》内篇卷四＜新旧法参校第六＞：“《史记》、《汉书》所载律皆三分损益，惟《淮南子》及《晋（书）》、《宋书》所载此法，独非三分损益，盖与新法颇同。”

⑥ 郭树群《谈朱载堉的律学思想》，及冯文慈按语。《音乐研究》1985年第2期。

⑦ 王子初《荀勖笛律的管口校正问题研究》，《中国音乐学》1989年第1期。